

Республикалық математикалық олимпиаданың аудандық кезеңі

11-сынып, II күн

Жұмыс уақыты: 3 сағат. Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

Калькуляторды пайдалануға тиым салынады.

1. Теңдеулер жүйесін шешіңіздер: әрбір $i = 1, 2, \dots, 9$ үшін $x_i + x_i x_{i+1} = 1$ және $x_{10} + x_{10} x_1 = 1$.
2. Біз $|a_1 - a_2|, |a_2 - a_3|, \dots, |a_{10} - a_{11}|, |a_{11} - a_1|$ сандары түгелдей әртүрлі болатындай етіп, $\{1, 2, \dots, 11, 12\}$ жиынынан әртүрлі a_1, a_2, \dots, a_{11} сандарын таңдай аламыз ба?
3. Ауданы S -қа тең параллелограмның әрбір қабырғасынан бір нүктеден таңдап алынған. Төбелері осы нүктелер болатын төртбұрыштың ауданы $\frac{S}{2}$ болса, оның кемінде бір диагоналы параллелограмның бір қабырғасына параллель болатынын дәлелдеңдер.

Районный этап республиканской олимпиады по математике

11 класс, II день

Время работы: 3 часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов.

Использование калькуляторов запрещено.

1. Решите систему, состоящую из уравнений: $x_i + x_i x_{i+1} = 1$, для $i = 1, 2, \dots, 9$, и $x_{10} + x_{10} x_1 = 1$.
2. Можно ли из множества $\{1, 2, \dots, 11, 12\}$ выбрать 11 различных чисел a_1, a_2, \dots, a_{11} так, чтобы все 11 чисел $|a_1 - a_2|, |a_2 - a_3|, \dots, |a_{10} - a_{11}|, |a_{11} - a_1|$ были различными?
3. На каждой стороне параллелограмма с площадью S взято по точке. Площадь четырехугольника с вершинами в этих точках равна $\frac{S}{2}$. Докажите, что хотя бы одна из диагоналей четырехугольника параллельна одной из сторон параллелограмма.